

STEFAN OG BOLTZMANN'S LOV

DEMONSTRERT VED HJELP AV STRØM OG SPENNINGSMÅLINGER PÅ EN LYSPÆRE.

Stefan-Boltzmanns lov kan skrives $P = A \cdot \sigma \cdot T^4$. Dette beskriver strålingsenergien per tid (Watt) som utstråles fra et objekt med en temperatur T , og med overflateareal A . $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ er Stefan-Boltzmanns konstant. Vi kan bruke en lyspære for å se om vi kan måle denne sammenhengen. Tilført effekt er $P=U \cdot I$ (Watt), og det må stråles ut like mye effekt om glødetråden skal holde en konstant temperatur over tid. Noe energi går med til å varme opp omgivelsene (varmeledning), men vi antar i utgangspunktet at dette er lite i forhold til det som stråles vekk. Generelt sett vil temperaturen stille seg inn slik at det går like mye energi ut av glødetråden som det som tilføres. Hvis strålingen dominerer helt, vil temperaturen følge Stefan-Boltzmanns lov med god nøyaktighet.

Vi kunne måle temperaturen T på glødetråden direkte med et varmekamera eller liknende, og plote P som funksjon av T . Dette er noe komplisert, så benytter vi i stedet at motstanden i lyspæras wolframtråd varierer med temperaturen, og måler motstanden for å finne T indirekte

(Nesten alle fysikklærere har opplevd at ei lyspære egner seg dårlig til å demonstrere Ohms lov på grunn av at R varierer med T).

I *School Science Review des. 1988* har jeg funnet følgende formel som gir sammenhengen mellom ohmsk motstand og absolutt temperatur $T > 100 \text{ K}$ for en wolframtråd,

$$Y=R/R_0 = 9,12 \cdot 10^{-7} \cdot T^2 + 3,88 \cdot 10^{-3} \cdot T - 0,215,$$

hvor R_0 er ohmsk motstand ved romtemperatur, ved 20 grader Celsius. Vi løser denne andregradslikningen med hensyn på T og velger den positive løsningen:

$$T = 1000(\sqrt{4,76 + 1.096Y} - 2.127)$$

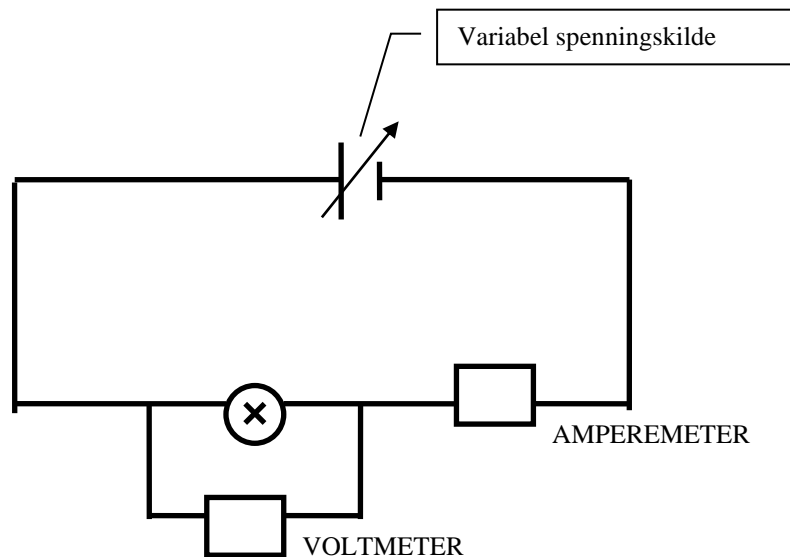




Her er resultatet fra et forsøk vi utførte på Dokka vgs i 1990. Vi koblet ei lyspære til en strømkilde med display for både spenning og strømstyrke. Når pæra er kald leste vi av spenningen 0,2 volt og strømstyrken 0,23 A. Denne motstanden kan en også måle med et multimeter innstilt på motstandsmåling.

Vi får $R_0 = 0,2 / 0,23 \text{ ohm} = 0,87 \text{ ohm}$

Til vårt forsøk brukte vi en spenningskilde hvor vi kunne lese av både strømstyrke I og spenning U . Motstanden R er gitt ved U/I og effekten P som $U \cdot I$. Fra R finner vi $Y = R/R_0$ som gir oss T . Det er også enkelt å koble dette opp med et vanlig volt- og amperemeter: Lyspæra har liten motstand og bør derfor kobles i parallell med voltmeteret. (Forklar hvorfor)



Det oppstår nå en likevekt idet filamentet må avgi like mye energi per tidsenhet som det mottar. Vi kan regne med at filamentet avgir varme ved stråling og varmeledning. Ved høye temperaturer antar vi at strålingsdelen dominerer og vi vil undersøke om mottatt effekt P er proporsjonal med absolutt temperatur opphøyd i fjerde. (Stefan og Boltzmanns lov)
 Vi har benyttet Casios modell fx-CG50 til alle beregninger.
 Vi setter kalkulatoren i statistikk-mode og får fram 6 tomme lister.

På Liste 1 setter vi inn alle spenningsmålingene U

På Liste 2 setter vi inn alle strømmålingene. Deretter kan vi fylle opp de andre listene:

Still inn på toppen av List 3 og velg OPT LIST List1/(List2· R_0) Da vil de aktuelle Y -verdiene plassere seg i Liste 3.

Vi går så til toppen av Liste 4 og slår inn: $1000(\sqrt{(4.76 + 1.096 \text{List}3)} - 2.127)$ Dermed får vi den absolutte temperatur plassert i Liste 4.

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB U	I	Y		
1	1.5	1	1.7241	
2	3	1.45	2.3781	
3	4.5	1.75	2.9556	
4	6	2.1	3.284	

List 1 ÷ (List 2 × 0.87
List 1 → Mat Dim Fill(Seg

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB U	I	Y	T	
1	1.5	1	1.7241	451.69
2	3	1.45	2.3781	587.11
3	4.5	1.75	2.9556	701.32
4	6	2.1	3.284	764.25

+ 1.096 List 3) - 2.127)

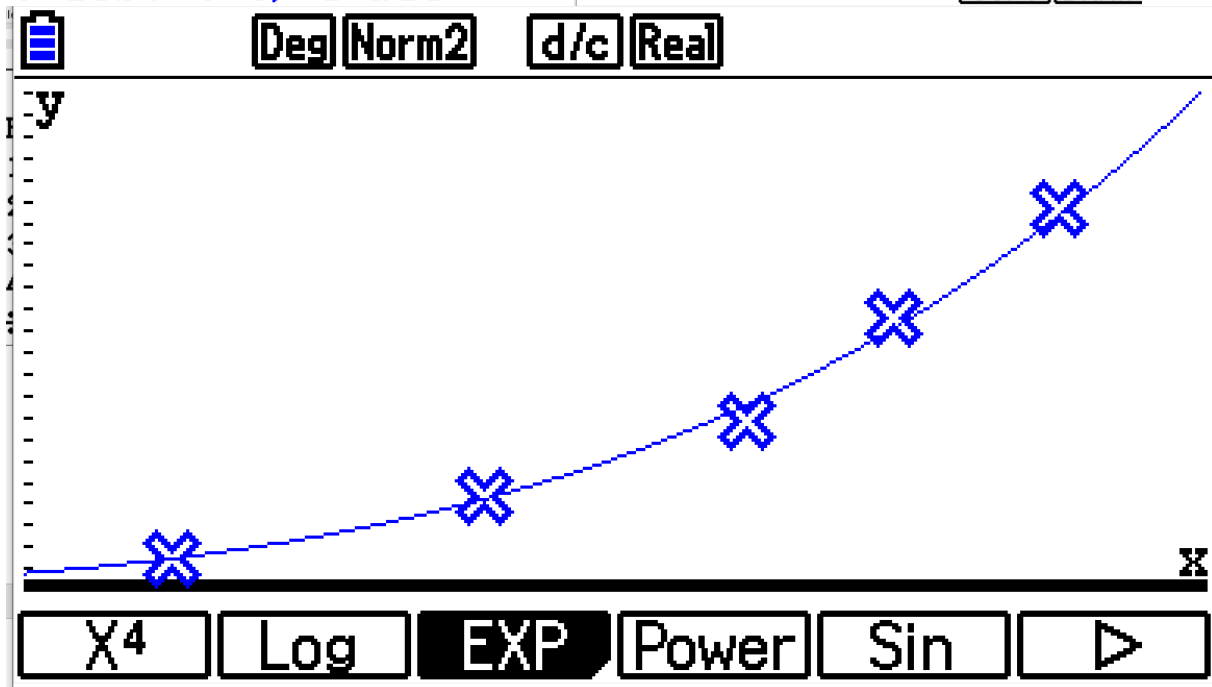
Liste 5 Fylles opp med List1·List2 altså effekten P. Liste 6 sjekker med Stefan og Boltzmanns lov ved å la List 6 = (List 5/list4^4) x 10¹¹. (P / T⁴) x 10¹¹

	List 3	List 4	List 5	List 6
SUB Y	T	P	SBLOV	
1	1.7241	451.69	1.5	3.6034
2	2.3781	587.11	4.35	3.6609
3	2.9556	701.32	7.875	3.2552
4	3.284	764.25	12.6	3.6933

5 ÷ List 4 ^ 4) × 1 × 10 11

PowerReg

a = 4.0735 × 10¹ 1
 b = 3.97920864
 r = 0.99863091
 r² = 0.99726369
 MSE = 3.4489 × 10⁰ 3
 y = a · x^b



Sammenhengen mellom P og T kan vi også undersøke ved å utføre en regresjon, vi velger å undersøke en mulig sammenheng $P = a \cdot T^n$ og velger regresjonen power. List 4 som x-variabel og List 5 som y-variabel

I følge dette stemmer det forbausende bra med $b = 3,98$ så å si 4. I andre forsøk har vi fått $b = 3,5$ 4,2 osv.

For de som virkelig vil regne kan vi ut fra dette også finne en tilnærmet verdi for diameter og lengde for filamentet. Vi tenker oss at filamentet kan trekkes ut til en lang sylinder med lengde l og diameter 2r.

Motstanden $R = \rho \frac{l}{\pi r^2}$ (i) og utstrålt effekt $P = \sigma \cdot 2\pi \cdot r \cdot l \cdot T^4$ (ii) hvor $2\pi \cdot r \cdot l$ er overflaten til sylindere

Vi bruker verdien $R_0 = 0,87$ ohm og $\rho = 4,9 \cdot 10^{-8}$ Ωm (fra fysikktabellen)

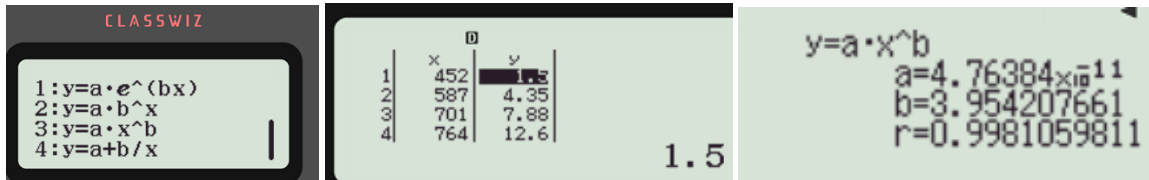
Konstanten a fra regresjonen er gitt ved $a = \sigma \cdot 2\pi \cdot r \cdot l$ (ii) med $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ W/m^2K^4

Ved å løse disse likningene (i) og (ii) med hensyn på r og l finner en :

$$l = \sqrt[3]{\frac{a^2 R}{4\pi\sigma^2 \rho}} \quad \text{og} \quad r = \sqrt[3]{\frac{\rho \cdot a}{2\pi^2 \sigma \cdot R}} \quad \text{som gir} \quad l = 0,9 \text{ m} \quad \text{og} \quad r = 0,13 \text{ mm}$$

noe jeg synes virker ganske rimelig da vi benytter en stor 12-volts lyspære i forsøket.

Analysen kan også utføres med CLASSWIZ fx 991 og statistikk menyen 6 : T i liste 1(x) og P i liste2(y)



og også ved hjelp av regneark

Lykke til hilsen Bjørn Bjørneng tidligere fysikklærer ved Dokka videregående skole.